Maths is the language with which god has written the universe.
- Galileo Galilei

คณิตศาสตร์มัธยมต้น เพื่อการสอบแข่งขัน



โดย PunPitchy
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ BFF School

แนะนำผู้สอน



PunPitchy

ครู กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ BFF School

นักเรียน โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราช
วิทยาลัย ตรัง

“อยากเห็นเด็กไทย ตั้งใจเรียนคณิต”



สารบัญ

Unit 1 - พีชคณิต	3-7
แบบฝึกทักษะชุดที่ 1 (ง่าย)	8-10
แบบฝึกทักษะชุดที่ 2 (ปานกลาง)	11-13
แบบฝึกทักษะชุดที่ 3 (ยาก)	14-16
Unit 2 - เรขาคณิต	17-29
แบบฝึกทักษะชุดที่ 1 (ง่าย)	30-33
แบบฝึกทักษะชุดที่ 2 (ปานกลาง)	34-38
แบบฝึกทักษะชุดที่ 3 (ยาก)	39-46
Unit 3 - เซตและฟังก์ชันพื้นฐาน	47-49
แบบฝึกทักษะชุดที่ 1	50-52
วาดรูปเล่น เอ้ย!! จดเพิ่มเติมความรู้	53-56



สู้ เขา นะ!

Unit 1 - พีชคณิต Algebra

จำนวนจริงคือ

.....

.....

สมบัติของเลขยกกำลัง

$1) a^m \times a^n$ $\quad$ $3) a^{-n}$ $\quad$ $5) (a^m)^n$

$2) \dfrac{a^m}{a^n}$ $\quad$ $4) (ab)^n$ $\quad$ $6) a^m = a^n; m = n$

รากที่ n และการดำเนินการ

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \qquad \sqrt[n]{a^n b^m} = a\sqrt[n]{b^m}$$

นำเลขชี้กำลังของฐานมาหารด้วยลำดับของรากเป็นเลขชี้กำลังค่าใหม่ จากนั้นนำเครื่องหมายรูทออก ฐานมีค่าเท่าเดิม

ใช้สมบัติเลขยกกำลังข้อ 4 จะสามารถดึงเลขในรากออกมาได้ ถ้าเลขชี้กำลังมีค่าเท่ากับลำดับของราก

การทำให้ตัวส่วนไม่ติดค่าราก (CONJUGATE)

$$\frac{a}{\sqrt[2]{b}} = \frac{a \times \sqrt[2]{b}}{\sqrt[2]{b} \times \sqrt[2]{b}} = \frac{a\sqrt[2]{b}}{b} \qquad \frac{x}{\sqrt[2]{a} \pm \sqrt[2]{b}} = \frac{x \times \left(\sqrt[2]{a} \mp \sqrt[2]{b}\right)}{\left(\sqrt[2]{a} \pm \sqrt[2]{b}\right) \times \left(\sqrt[2]{a} \mp \sqrt[2]{b}\right)} = \frac{x\left(\sqrt[2]{a} \mp \sqrt[2]{b}\right)}{a - b}$$

การหาค่ารากที่สองของจำนวนจริงในรูป $x \pm 2\sqrt[2]{y}$

1) หาจำนวนจริงสองจำนวนที่บวกกันได้ X คูณกันได้ Y **(กำหนดให้เป็น a,b)**
2) เปลี่ยนรูป

$$\pm\sqrt[2]{x \pm 2\sqrt[2]{y}} = \pm\sqrt[2]{\left(\sqrt[2]{a} \pm \sqrt[2]{b}\right)^2} = \pm\left|\sqrt[2]{a} \pm \sqrt[2]{b}\right|$$



พหุนาม คือ .....
ดีกรี คือ .....
สัมประสิทธิ์ คือ .....

การดำเนินการ

สูตรพหุนาม

การแยกตัวประกอบของพหุนาม



การแก้สมการ



สมการกำลังสอง

$ax^2 + bx + c = 0$

$x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ผลบวกและคำตอบของสมการพหุนาม

สมการรากที่ n

สมการ Linear Diophantide

อสมการเบื้องต้น

ภาคตัดกรวย



วงกลม



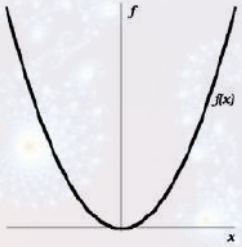
$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

วงรี



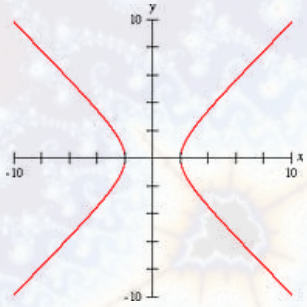
$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

พาราโบลา



$$y=a(x-h)^2+k$$

ไฮเพอร์โบลา



$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

$$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$$

เอ็กซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม

Exponential

Logarithmic

สรุปสมบัติของล็อก



แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1 (ง่าย)

1.กำหนดให้ $x+\frac{1}{x}=8$
จงหาค่าของ $x^2-\frac{1}{x^2}$

2.ถ้า $\left(x^2+x-7\right)\left(x^2+x-1\right)+5$ สามารถแยกตัวประกอบได้เป็น $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)$ แล้ว abcd มีค่าเท่าไร

3.ครูณัฐนนท์ขายทุเรียนลูกละ 500 บาท มีคนมาซื้อวันละ 2000 ลูก ครูณัฐนนท์พบว่าถ้าครูลดราคาทุเรียนลง 1 บาท จะมีคนมาซื้อเพิ่ม 50 คน จงหาว่า ครูณัฐนนท์จะได้เงินมากที่สุดที่เป็นไปได้ต่อวัน กี่บาท

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1 (ง่าย)

4.ถ้า a คือเศษเหลือที่ได้จาก $\left(x^{2015}-2558\right)\div(x-1)$
และ b คือเศษเหลือที่ได้จาก$\left(x^{2558}+2015\right)\div(x+1)$
แล้ว a+b มีค่าเท่าใด

5.(PCSHS) ถ้า $48-\left(3x+\sqrt[2]{3}\right)^2=(Ax+B)(Cx+D)$
โดย A>0 และ C<0 แล้ว B-D = ?

6.(สมาคม) กำหนดให้ $8^x=2\sqrt[2]{10}$
จงเขียน 512^{1-4x}
ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1 (ง่าย)

7.(MWIT) เศษเหลือจาก $(x^{2557}+x^{2556}+x^{2555}+\ldots+x^3+x^2+x)\div(x^2+1)$ เท่ากับเท่าใด

8.(MWIT) $(x^{2557}-kx+1)\div(x^2-1)$ จะเหลือเศษ r(x) ถ้า r(2) = 17 แล้ว k = ?

9.จงหาค่าของ x^2-11 เมื่อ $\dfrac{\sqrt[2]{1+x}+\sqrt[2]{x-7}}{\sqrt[2]{1+x}-\sqrt[2]{x-7}}=2$

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 2 (ปานกลาง)

1.หาค่าของ x เมื่อ $\sqrt[2]{(x-4)^2}+\sqrt[2]{(1-x)^2}=5$

2.กำหนดให้ a = $\frac{\sqrt[3]{5}+1}{2}$ b = $\frac{\sqrt[3]{5}-1}{2}$
แล้วจงหาค่าของ $a^6-b^6-3a^2b^2\left(a^2-b^2\right)$

3.จงหาค่า x จากสมการ

$$\frac{2555\sqrt[2]{x+48}+2012\sqrt[2]{x}}{2555\sqrt[2]{x+48}-2012\sqrt[2]{x}}=\frac{2555\sqrt[2]{x-4}+2012\sqrt[2]{3}}{2555\sqrt[2]{x-4}-2012\sqrt[2]{3}}$$

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 2 (ปานกลาง)

4.หาค่า x ทั้งหมดจากสมการ $\left(2-\sqrt[2]{3}\right)^{2x}-4\left(2-\sqrt[2]{3}\right)^{x}+1=0$

5.(TU) ตัวประกอบหนึ่งของพหุนาม $P(x)=3ax^3-2bx^2+3$ ก็คือ $Q(x)=x^2-x-1$ เมื่อ a,b เป็นจำนวนเต็ม แล้ว 10a+b = ?

6.(แนว MWIT/TU) กำหนดสมการ $a^2+3a-2=0$ แล้วจงหาค่าของ $5a^7+15a^6-9a^5+3a^4-2a^3+4a^2-12a+10$

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 2 (ปานกลาง)

7. $\frac{a-b}{b-c}+\frac{b-c}{c-a}+\frac{c-a}{a-b}=5$ แล้วจงหาค่าของ $\left(\frac{a-c}{b-c}\right)^3+\left(\frac{b-a}{c-a}\right)^3+\left(\frac{c-b}{a-b}\right)^3$

8.กำหนดให้ P(x) เป็นพหุนามดีกรีสี่ ที่หารด้วย x-2 , x+2 และ x+3 มีเศษเหลือ 1 เท่ากัน และ P(x) หารด้วย x-1 และ x+1 แล้วเหลือเศษ 2 เท่ากัน จงหาค่าของ P(0)

9.(POSN 65) กำหนด $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ และ เศษจาก $f(x)\div(x-k)=k^2$ สำหรับ k = 1,2,3 จงหาค่าของ $f(-1)-4f(0)$

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 3 (ยาก)

1.กำหนดให้ $\sqrt[8]{9602-\frac{1}{9602-\frac{1}{9602...}}}=\sqrt[2]{a}+\sqrt[2]{b}$

ให้ $a,b\in N$

แล้วจงหาค่าของ a^4+b^4

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 3 (ยาก)

2.จงหาคำตอบทั้งหมดของสมการดังต่อไปนี้

$$\sqrt[2]{x^2+3x+2}+\sqrt[2]{2x^2-3x-5}+\sqrt[2]{9y^4}=0$$

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 3 (ยาก)

3.(PCSHS#2 แสดงวิธีทำ) เชือกเส้นหนึ่งถูกขึงอยู่ระหว่างต้นไม้สองต้น ซึ่งปลายเชือกอยู่ห่างจากพื้น 66 นิ้ว โดยหย่อนลงมาเป็นรูปพาราโบลา จุดที่ต่ำที่สุดของเชือกอยู่ห่างจากพื้น 21 นิ้ว ตำแหน่งของเชือกที่อยู่ห่างจากจุดต่ำสุดของเชือก 10 ฟุต อยู่สูงจากพื้น 48 นิ้ว ถ้าต้นไม้ทั้งสองอยู่ห่างกัน $a\sqrt[2]{b}$ นิ้ว โดย $gcd\,(a,b)=1$ จงหาค่าของ $a+b$

Unit 2 - เรขาคณิต Geometry

สูตรพื้นฐานที่ควรรู้

ผลบวกมุมภายใน .....
จำนวนเส้นทแยงมุม .....

การแปลงทางเรขาคณิต

1.การเลื่อนขนาน

2.การสะท้อน

3.การหมุน



ความเท่ากันทุกประการ

สามเหลี่ยมสองรูปจะเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูป เหมือนกันทั้งขนาดและรูปร่าง ซึ่งตามทฤษฎี จะมี 5 แบบดังนี้



1.ด้าน มุม ด้าน

2.มุม มุม ด้าน

3.ด้าน ด้าน ด้าน

4.มุม ด้าน มุม

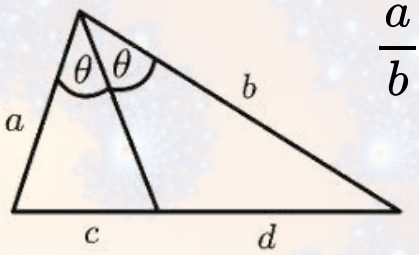
5.ฉาก ด้าน ด้าน

ความคล้าย

สามเหลี่ยมสองรูปจะคล้ายกันก็ต่อเมื่อ มีรูปร่างเหมือนกัน แต่ขนาดไม่เท่ากัน

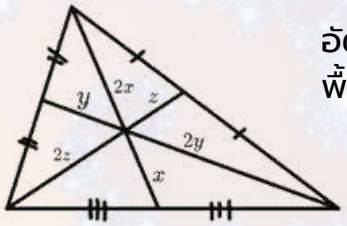


Angle Bisector Theorem



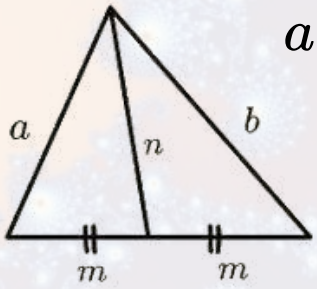
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

เส้นมัธยฐาน



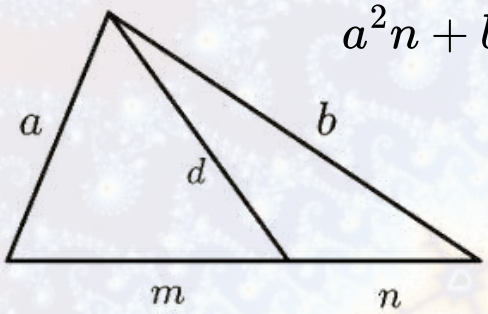
อัตราส่วนความยาวด้านยาวต่อด้านสั้น = 2:1
พื้นที่สามเหลี่ยมทั้ง 6 มีขนาดเท่ากัน

Apolonius' Theorem



$$a^2 + b^2 = 2\left(m^2 + n^2\right)$$

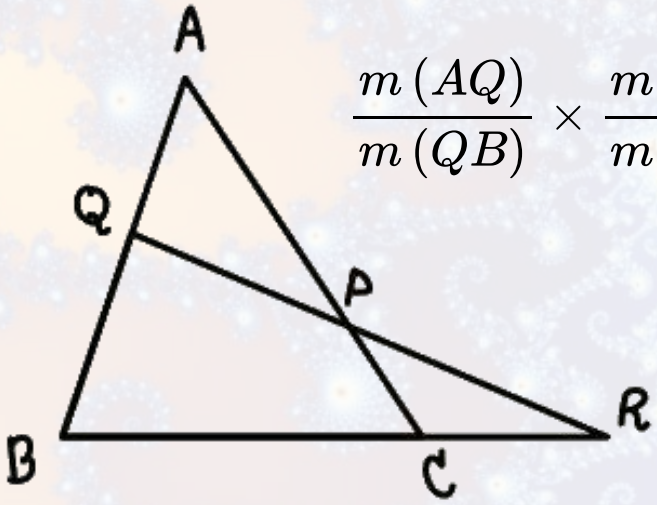
Stewart's Theorem



$$a^2n + b^2m = (m+n)\left(d^2 + mn\right)$$

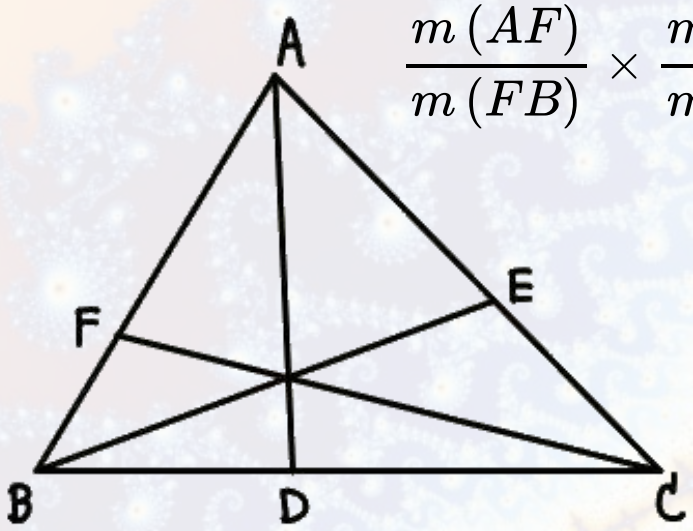


Menelaus' Theorem



$$\frac{m(AQ)}{m(QB)} \times \frac{m(BR)}{m(RC)} \times \frac{m(CP)}{m(PA)} = 1$$

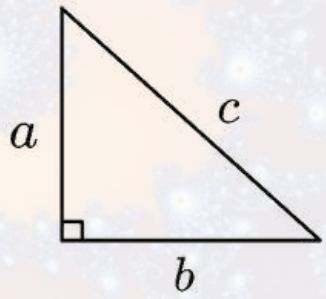
Ceva's Theorem



$$\frac{m(AF)}{m(FB)} \times \frac{m(BD)}{m(DC)} \times \frac{m(CE)}{m(EA)} = 1$$



ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



ทฤษฎีบท .....
บทกลับ
1) .....
2) .....
3) .....

<u>อัตราส่วนเจอบ่อย เจอปุ๊บ รู้ปั๊บ ><</u>

$1 : 1 : \sqrt[2]{2}$

$1 : \sqrt[2]{3} : 2$

$3 : 4 : 5$

$5 : 12 : 13$

$7 : 24 : 25$

$8 : 15 : 17$

$9 : 40 : 41$

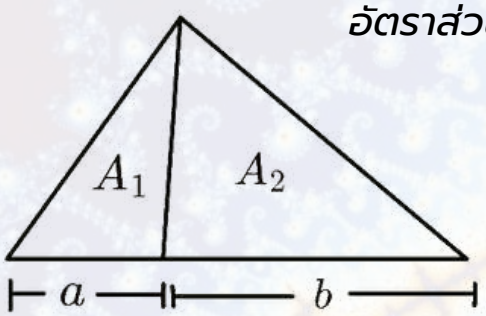
$11 : 60 : 61$

$12 : 35 : 37$

$20 : 21 : 29$

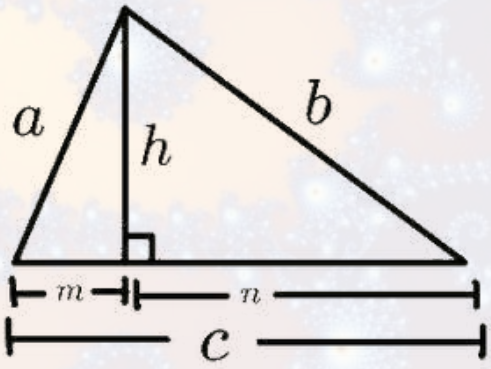
สามเหลี่ยมจุดยอดร่วม

อัตราส่วนพื้นที่ = อัตราส่วนฐาน





Trick สามเหลี่ยมสี่เหลี่ยมน่ารู้

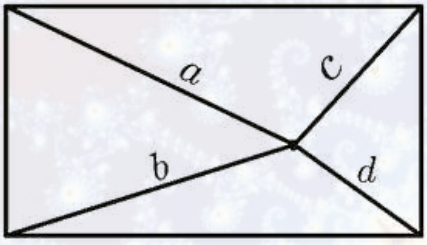


1.”จุ๊ดจู่โดเรม่อน” $ab = hc$

2. $h^2 = mn$



พื้นที่แรเงา คิดเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่สี่เหลี่ยมมุมฉาก



$$a^2 + d^2 = b^2 + c^2$$



รูปวงกลม

1.มุมในครึ่งวงกลมซึ่งรองรับด้วยเส้นผ่านศูนย์กลาง เป็นมุมฉากเสมอ



2.ที่เส้นรองรับฐานส่วนโค้งเดียวกันมุม ณ จุดศูนย์กลางเป็นสองเท่าของมุมที่ส่วนโค้งเสมอ



3.มุมบนส่วนโค้งเดียวกันย่อมกางเท่ากัน



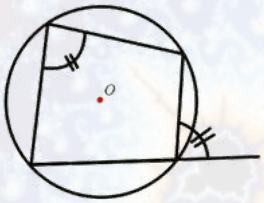
4.มุมบนส่วนโค้งที่เท่ากันบนวงกลมเดียวกันหรือสองวงที่เท่ากันย่อมกางเท่ากัน



5.สี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม มุมตรงข้ามรวมกันได้ 180 องศา



6.มุมภายในสี่เหลี่ยมเท่ากับมุมภายนอกที่อยู่ประชิดมุมตรงข้าม

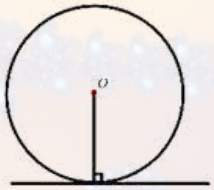




7.เส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางมาตั้งฉากกับคอร์ดจะแบ่งครึ่งคอร์ดและตักฉากกับคอร์ดเสมอ



8.รัศมีจะตั้งฉากกับเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัส



9.มุมที่คอร์ดทำกับเส้นสัมผัส ณ จุดสัมผัส เท่ากับมุมบนส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยคอร์ดนั้น



10.คอร์ดที่ยาวเท่ากันจะอยู่บนส่วนโค้งที่ยาวเท่ากัน



11.คอร์ดที่ยาวเท่ากันย่อมอยู่หากจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะทางเท่ากัน

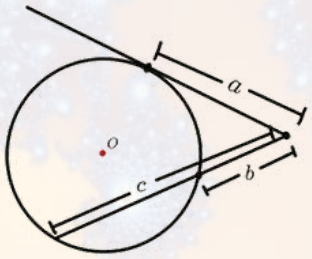


12.เส้นสัมผัสที่ลากจากจุดภายนอกมาสัมผัสวงกลม จะมี 2 เส้นที่เท่ากันเสมอ

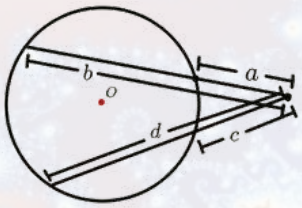




13.ทฤษฎีบทกำลังของจุด (Power of Pont Theorem)



$$a^2 = bc$$



$$ab = cd$$



$$ab = cd$$

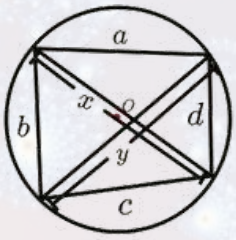
14.เส้นสัมผัสร่วมของวงกลมยาวเท่ากันเสมอ



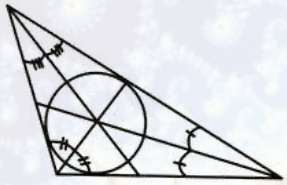
15.เส้นตรงที่ลากเชื่อมจุดศูนย์กลางของวงกลม 2 วง จะผ่านจุดสัมผัสร่วมเสมอ



16.ทฤษฎีบทปโตเลมี (Ptolemy's Theorem)
ถ้าสี่เหลี่ยมใดๆ ที่มีวงกลมล้อมรอบได้ จะได้ว่า $ac + bd = xy$



17.ทฤษฎีบทวงกลมแนบในสามเหลี่ยม และ สามเหลี่ยมแนบในวงกลม



$$R = \frac{2 \times Triangle's Area}{Triangle's Perimeter}$$



$$R = \frac{Triangle's Side Product}{4 \times Triangle's Area}$$

$$R = \frac{Side1}{2sin\left(Side1's Opposite Angle\right)}$$

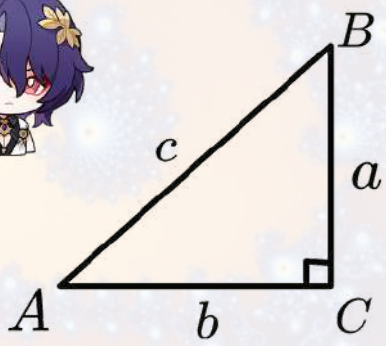
$$= \frac{Side2}{2sin\left(Side2's Opposite Angle\right)}$$

$$= \frac{Side3}{2sin\left(Side3's Opposite Angle\right)}$$



อัตราส่วนตรีโกณมิติ





$$\sin A = \frac{a}{c} \qquad \cos ecA = \frac{c}{a}$$

$$\cos A = \frac{b}{c} \qquad secA = \frac{c}{b}$$

$$\tan A = \frac{a}{b} \qquad cotA = \frac{b}{a}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ

$$sin^2 A + cos^2 A = 1$$
$$sec^2 A - tan^2 A = 1$$
$$cosec^2 A - cot^2 A = 1$$

CO-Function

sin - cosine
sec - cosec
tan - cotan

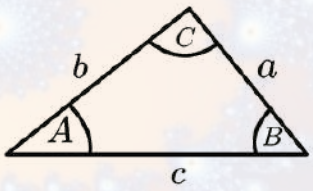
มุม CO ที่คู่กันและมุมบวกกันได้ 90 จะมีขนาดเท่ากัน

สรุปตารางตรีโกณ , วิธีหาค่า Trig มุม > 90 องศา



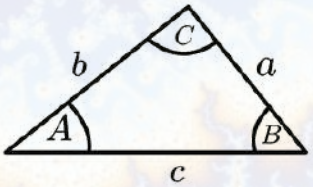
ในกรณีจะใช้ตรีโกณกับสามเหลี่ยมใดๆ

Law of sine



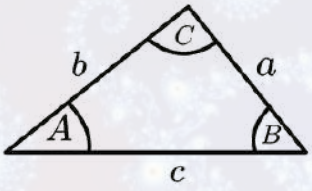
$$\frac{sinA}{a} = \frac{sinB}{b} = \frac{sinC}{c}$$

Law of cosine



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

การหาพื้นที่สามเหลี่ยม



$$= \frac{1}{2}ab\sin C$$
$$= \frac{1}{2}bc\sin A$$
$$= \frac{1}{2}ac\sin B$$

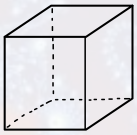
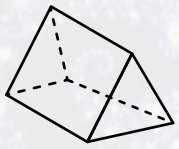
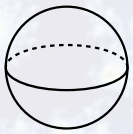
การประยุกต์หาระยะทางและความสูง



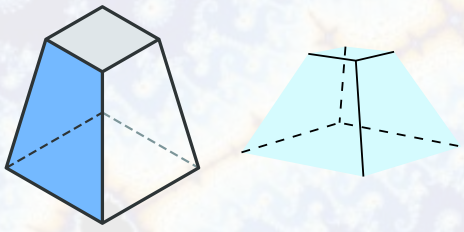


ทับไข่ คอตร เจ็บเลย ใช้ COS
แหกไข่ออก ซีสซีสเสียวว ใช้ SIN

BASIC รูปร่างสามมิติ

		ปริมาตร	พื้นที่ผิว
ลูกบาศก์		$Side^3$	$6 \times Side^2$
ปริซึม ท เหลี่ยม		$BA \times H$	
ทรงกระบอก		$\pi r^2 h$	
พีระมิดฐาน ท เหลี่ยม		$\frac{1}{3} \times BA \times H$	
ทรงกรวย		$\frac{1}{3}\pi r^2 h$	
ทรงกลม		$\frac{4}{3}\pi r^3$	$4\pi r^2$

พีระมิดยอดตัด



$$V = \frac{1}{3}\left[A_1 + A_2 + \sqrt[2]{A_1 A_2}\right]h$$

กรวยยอดตัด



$$V = \frac{1}{3}\pi\left[r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2\right]h$$



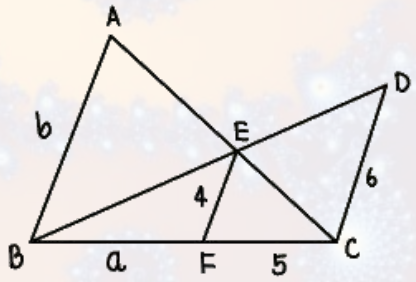
เพิ่มเติม พีระมิดยอดตัด

ความสัมพันธ์ระหว่างสูตร พีระมิดยอดตัดแบบเฉียงๆ กับ พีระมิดยอดตัดปกติ

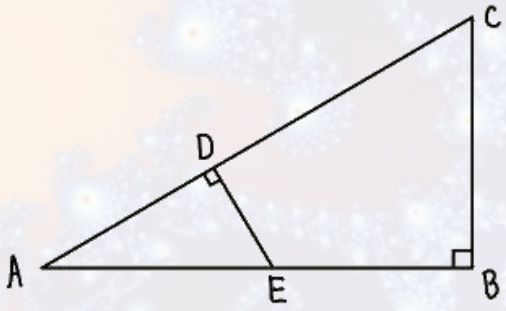


แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1 (ง่าย)

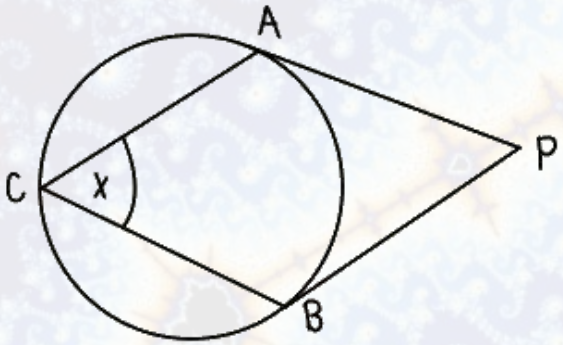
1.จากรูป AB//EF//CD จงหาค่าของ b



2.กำหนดให้ AB = 16 เซนติเมตร และ BC = 12 เซนติเมตร และ AE = 10 เซนติเมตร จงหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยม ADE



3.จากรูป AP,BP เป็นเส้นสัมผัส ถ้ามุม APB = 60 องศา แล้ว x กางกี่องศา

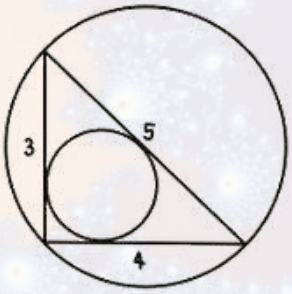


แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1 (ง่าย)

4.(PCSHS62) จากรูป จงหาค่า x



5.(PCSHS62) จากรูป จงหาว่าวงกลมมีพื้นที่ต่างกันเท่าใด



6.(สมาคมคณิตศาสตร์) ถ้า 0<a<90 แล้วจงหาค่าของ

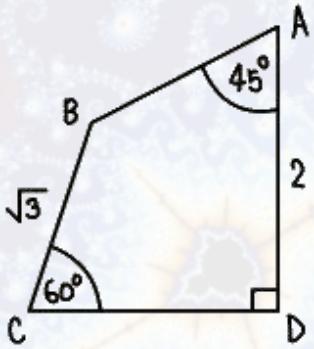
$$cot^2 a - cosec^2 a + 3 + \left(cot^2 a\right)\left(sin^2 a\right) + sin^2 a$$

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1 (ง่าย)

7.จงหาค่า a เมื่อ 0<a<90 โดย $2cos^2a + cosa = 1$

8.สุทธิพจน์ยืนมองจากหน้าต่างบนห้องพักบนตึก A ไปยังตึก B เขามองยอดตึก B ทำมุมเงย 45 องศา และมองฐานตึก B เป็นมุมก้ม 30 องศา ถ้าหน้าต้งห้องพักอยู่สูงจากพื้นดิน 20 เมตร แล้วตึก B สูงกี่เมตร

9.จากรูปด้าน AB ยาวเท่าใด



แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1 (ง่าย)

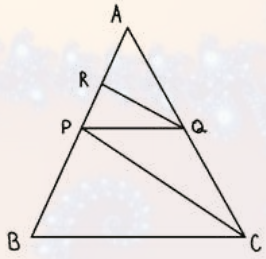
10.พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีอัตราส่วนความยาวของด้านกว้างต่อด้านยาวต่อความสูงเป็น 4 : 5 : 6 สำหรับพีระมิดรูปนี้ อัราส่วนพื้นที่ผิวด้านข้างต่อพื้นที่ฐานเท่ากับเท่าใด

11.ปริมาตรของทรงกระบอก ซึ่งบรรจุในกรวยรัศมี 5 เซนติเมตร และ สูง 12 เซนติเมตร โดยที่ขอบของทรงกระบอกด้านบนสุด แนบกับกรวยพอดี เท่ากับเท่าใด

12.เมื่อนำพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสอันหนึ่งไปวางในวงกลมที่มีพื้นที่ 32π ตารางหน่วย ปรากฏว่าฐานของพีระมิดแนบในวงกลมได้พอดี ถ้าพีระมิดสูง 12 หน่วย แล้วพื้นที่ผิวด้านข้างของพีระมิดเป็นเท่าใด

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 2 (ปานกลาง)

1.จากรูป QR//CP และ PQ//BC ถ้า AR = 1 , BF = 6 แล้ว PR ยาวเท่าใด

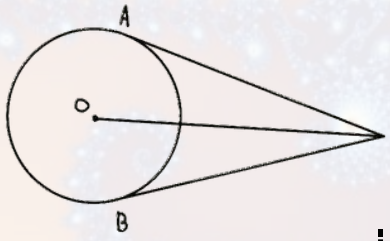


2.(TU60) กำหนดสามเหลี่ยม XYZ ที่มี XM,YN และ ZO เป็นเส้นมัธยฐานที่ยาว 3,4 และ 5 ตามลำดับ แล้วจงหาความยาวด้าน YZ

3.(MWIT63) สามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านหนึ่งยาว 10 cm ถ้าเส้นมัธยฐานที่ลากมายังด้านนี้ยาว 9 cm ซึ่งตั้งฉากกับเส้นมัธยฐานอีกเส้นหนึ่ง แล้วจงหาความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม

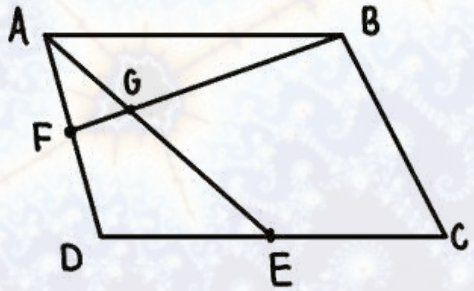
แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 2 (ปานกลาง)

4.จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลาง และ จุด A,B เป็นจุดสัมผัส หากกำหนดให้ $\frac{1}{AO^2}+\frac{1}{PA^2}=\frac{1}{16}$ แล้วระยะห่างระหว่างจุด A และ B เป็นเท่าใด



5.(KVIS) สามเหลี่ยม ABC มีจุด D,E,F อยู่บนด้าน AB,BC,CA ตามลำดับ ทำให้ AD:DB = BE:EC = CF:FA = 1:2 โดย AE และ BF ตัดกันที่จุด G BF และ CD ตัดกันที่จุด H CD และ AE ตัดกันที่จุด I จงหาอัตราส่วนของพื้นที่สามเหลี่ยม GHI ต่อพื้นที่สามเหลี่ยม ABC (T1:5-71)

6.(MWIT) สี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD มีจุด E และจุด F เป็นจุดกึ่งกลางของ CD และ AD ตามลำดับ จงหาอัตราส่วนระหว่างพื้นที่สามเหลี่ยม EFG และ AFG (T1:16-75)

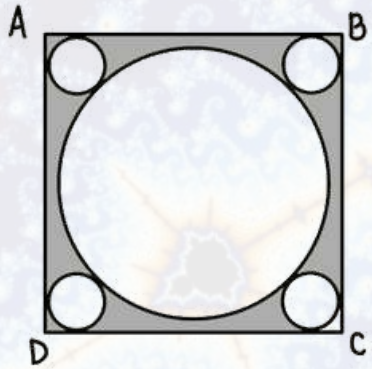


แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 2 (ปานกลาง)

7.จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมยอดขนาด 60 องศา ส่วนสูงยาว 7 หน่วย และมีผลรวมของความยาวด้านประกอบมุมยอดเป็น 21 หน่วย

8.(PCSHS#2) รูปหลายเหลี่ยมรูปหนึ่งมีจำนวนเส้นทแยงมุมเป็น $2k^2+11k+14$ เส้น และมีผลรวมมุมภายในเป็น 540k องศา จงหาจำนวนเหลี่ยมของรูปนี้

9.จากรูป จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาเมื่อรูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

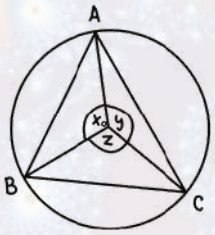


แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 2 (ปานกลาง)

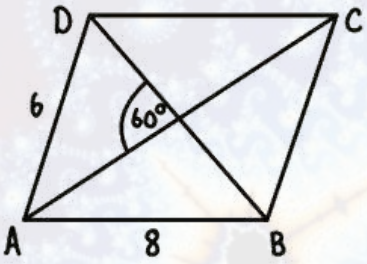
10.กำหนดให้ x = secA-tanA โดย $x+\frac{1}{x}=4$
จงหา cosA

11.ให้ sinA+cosA = 4/3 จงหาค่าของ 7(tanA+cotA)

12.ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีพื้นที่ 4π ตร.ซม.
และ $sinX+sinY+sinZ=\frac{3\sqrt[2]{3}}{2}$ จงหาพื้นที่สามเหลี่ยม ABC



13.จากรูป ABCD เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน แล้วจงหาพื้นที่สี่เหลี่ยม ABCD



แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 2 (ปานกลาง)

14.(IJSO) ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใดๆที่มีมุม C = 90 องศา แล้วค่าสูงสุดของ $2cos^2 A + cosB$ เป็นเท่าใด

15.(IJSO) กำหนดให้ A เป็นมุมที่เล็กที่สุดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งที่มีด้านสั้นสุดยาว 2 หน่วย แล้วจงหาความยาวด้านที่ยาวที่สุด ที่ $\frac{sinA - secA}{cotA\,(cosA - cosecA)} = \frac{tanA}{16secA - 16} - \frac{sinA}{16 + 16cosA}$

16.จงหาปริมาตรของพีระมิดที่ทุกด้านยาวด้านละ 4 หน่วย

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 3 (ยาก)

1.(IJSO) กำหนดให้ $f(x)=\frac{15}{x+1}+\frac{16}{x^2+1}-\frac{17}{x^3+1}$
จงหาค่าของ $f(tan15)+f(tan30)+\ldots+f(tan75)$

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 3 (ยาก)

2.(MWIT) กระดาษรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC มีความยาวด้านด้านละ 12 หน่วย ถ้าพับกระดาษโดยให้จุด A มาสัมผัสด้าน BC โดยระยะห่างระหว่างจุด B และ A เท่ากับ 9 หน่วย ถ้าความยาวของเส้นรอยพับสามารถเขียนในรูป $\frac{m\sqrt[2]{p}}{n}$ โดย m,p,n เป็นจำนวนเต็มบวก ที่ห.ร.ม.ของ m,n คือ 1 กำหนดให้ p ไม่สามารถถูกหารด้วยกำลังสองสมบูรณ์ของจำนวนเฉพาะใดๆ จงหาค่าของ m+n+p (T1:17-51)

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 3 (ยาก)

3.(IJSO) สามเหลี่ยม PQR มีด้าน QR ยาว 11 หน่วย ด้าน PR ยาว 7 หน่วย และด้าน PQ ยาว 13 หน่วย มีจุด S,T อยู่บนด้าน PQ ซึ่งทำให้ด้าน PS ยาว 3 หน่วย และ มุม PRS = มุม QRT จงหาความยาวด้าน ST (T1:31-80)

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 3 (ยาก)

4.(KVIS) ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมแหลม มี F อยู่บนด้าน AB , E อยู่บนด้าน AC ทำให้ AF = 6, FB = 4, AE = 5. EC = 7, BF และ CF ตัดกันที่ O ทำให้พื้นที่สามเหลี่ยม BOC = $\frac{28}{\sqrt[2]{3}}$ ตารางหน่วย จงหาขนาดของมุม ABE (T1:FN)

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 3 (ยาก)

5.(MWIT) หกเหลี่ยมด้านเท่า ABCDEF ยาวด้านละ 6 หน่วย ล้อมรอยวงกลม O โดยให้จุด G เป็นจุดทีวงกลม O สัมผัสกับด้าน DE ถ้า GA และ GB ตัดกับวงกลม O ที่จุด H และ I ตามลำดับ แล้วพื้นที่สามเหลี่ยม GHI จะเท่ากับ $\frac{a\sqrt[2]{3}}{169}$ จงหาค่า a (T1:7-72)

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 3 (ยาก)

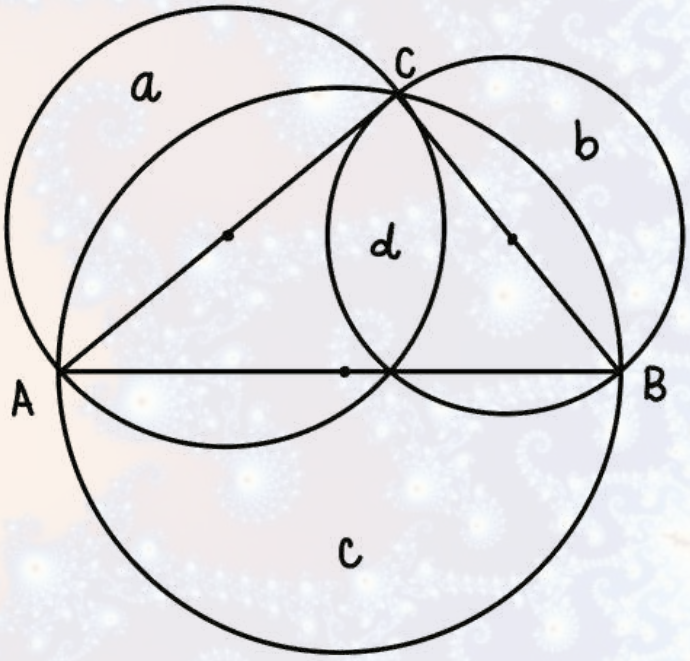
6.ช็อกโกแลตทรงกลมรัศมี 2 cm ต้องการทำบรรจุภัณฑ์รูปทรงกรวยเพื่อใส่ช็อกโกแลตนี้ได้พอดี (ปิดฝาได้) จงหาปริมาตรที่เล็กที่สุดของบรรจุภัณฑ์ชิ้นนี้ (T0.5:11-28)

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 3 (ยาก)

7.รูปห้าเหลี่ยม ABCDE มีมุม E เป็นมุมกลับ EA = AB = BC = CD และ มุม ABC = มุม BCD = 108 องศา ถ้า มุม EAB = 60 องศา จงหาขนาดของมุม CDE (T1:21-76)

แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 3 (ยาก)

8.(KVIS ปีแรก) จากรูป AB,BC,CA เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมโดยที่ BC = 44, CA =101 ถ้า a,b,c,d แทนพื้นที่ขอส่วนๆนั้น แล้วค่าของ a+b+c-d เป็นเท่าไร (T1:2-68)



Unit 3 - เซตและฟังก์ชั่นพื้นฐาน (Basic Set and Function)

ความหมายของเซต

เซตเป็นอนิยาม ไม่สามารถให้ความหมายได้ เปรียบเสมือนกล่องพัสดุที่สามารถใส่อะไรเข้าไปก็ได้ที่สามารถบอกได้แน่นอนด้วยตรรกะปราศจากความรู้สึก

การเขียนเซต

1.แบบข้อความ

.....

2.แบบแจกแจงสมาชิก

.....

3.แบบเงื่อนไข

.....

สมบัติของเซต

1.การเป็นสมาชิก

2.ชนิดของเซต

- เซตจำกัด

-เซตอนันต์

-เซตว่าง

-เอกภพสัมพัทธ์

3.การเท่ากันของเซต

-เซตเทียบเท่ากัน (~)

-เซตที่เท่ากัน (=)



สับเซตและเพาเวอร์เซต

1.สับเซต



2.เพาเวอร์เซต

การดำเนินการของเซต

Union

Complement

Intersection

Difference

สรุปสูตร

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \qquad (A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$A - B = A \cap B' \qquad A' = u - A$$

ผลคูณคาร์ทีเซียน

ความสัมพันธ์

โดเมนและเรนจ์

ฟังก์ชัน



แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1

1.(Ent) ถ้า A = {1,2,3,...} และ B = {{1,2},{2,3,4},6,7,8} แล้วจงหาค่าของ $n((A-B)\cup(B-A))$

2.(PAT1) กำหนดให้ A,B และ C เป็นเซตใดๆ ที่

$$n(A\cup B\cup C)=91, n(A\cap B'\cap C')=11$$
$$n((B-A)\cap(B-C))=15, n(A\cap B\cap C)=20$$
$$n((A\cap B)\cup(A\cap C)\cup(B\cap C))=47. n(C)=59$$

แล้ว จงหาค่าของ $n(A'\cap B'\cap C)$

3.(PCSHSM.1) $A-B=\{1,2,4\}, B-A=\{3,5\}, B\cup A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ จงหา $A\cap B$

4.กำหนด A={1,3,5} และ B={0,2,4} และ

$r_1 = \{(x,y) \in A \times B \,|\, x < y\}$

$r_2 = \{(x,y) \in A \times B \,|\, x > y\}$

$r_3 = \{(x,y) \in A \times B \,|\, x = y\}$

จงเขียน ความสัมพันธ์ 1,2 และ 3 แบบแจกแจงสมาชิก

5. $A = \{1,2,3,\ldots,20\}, B = \{0,1,2,\ldots,25\}, r = \{(x,y) \in A \times B \,|\, y \geqslant x\}$ (PCSHSM.1) ให้หาจำนวนคู่อันดับภายใน r

6.(POSN52) ให้ f เป็นฟังก์ชันกำหนดโดย $f(x) = \frac{x^5}{5x^4 - 10x^3 + 10x^2 - 5x + 1}$ ถ้า $x_i = \frac{i}{2009}$ สำหรับ i = 1,2,3,...,2009 จงหาค่าของ $\sum_{i=1}^{2009} f(x_i)$

7.(POSN)52) ให้ $M=\{m\in R\,|n\{x\in R|\sqrt[2]{x-5}=mx+2\}=2\}$ จงหาค่าของ $n\left(M\cap Z\right)$

8.(POSN) $f:R\to R$, $f\left(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5\right)=f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)+f\left(x_3\right)+f\left(x_4\right)+f\left(x_5\right)-8$ สำหรับทุก $x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\in R$ จงหา f(0)



NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

Setting SMART goals

By creating SMART goals, you can make your aspirations more focused, achievable and rewarding



SPECIFIC (S)

Be specific about what you want to achieve

MEASURABLE (M)

Set measurable criteria to track your progress

ACHIEVABLE (A)

Ensure that your goal is realistic and within reach

RELEVANT (R)

Make sure that your goal aligns with your interests and over all objective

TIME-BOUND (T)

Set a specific timeframe for achieving your goal